

LISTA EXERCÍCIOS POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO

Prof. João Capri

1. (Ufrgs) O valor de

$$\sqrt{\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{100}\right)}$$

- a) $\frac{1}{10}$.
- b) $\frac{1}{100}$.
- c) 1.
- d) 2.
- e) 3.

2. (G1 - cmrj) Sejam $A = \frac{(2 \cdot 10^{-3}) \cdot 2^{-\frac{1}{2}}}{10^{-\frac{1}{4}}}$ e

$$B = -\left(4\sqrt{\frac{(4 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 0,000005}{2}}\right).$$
 Comparando essas

expressões numéricas, conclui-se que

- a) $A = B$
- b) $\frac{A}{B} = -1$
- c) $A + 2B = 0$
- d) $A \cdot B = -1$
- e) $A + B > 0$

3. (G1 - cmrj) A expressão numérica

$$\frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + 2} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$$
 equivale

- a)
- b) $\sqrt{6} + 2\sqrt{3} + 1$
- c) $\sqrt{6} + 2\sqrt{2} + 1$
- d) $\sqrt{6} + 5$
- e) $\sqrt{6} + 1$

4. (G1 - cfrj) Uma bactéria tem massa aproximada de 0,000005 g, e seu comprimento estimado em 0,00018 mm. Os vírus são menores que as bactérias. Um deles tem massa aproximada de $\frac{1}{3}$ da massa da bactéria descrita acima. A massa, em gramas, aproximada de uma população de 10000 destes vírus é:

- a) $1,33 \times 10^{-2}$
- b) $1,67 \times 10^{-3}$
- c) $1,67 \times 10^{-2}$
- d) $1,72 \times 10^{-3}$

5. (G1 - ifce) Simplificando a expressão $\frac{\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2}} \cdot \sqrt[3]{2 \cdot \sqrt{2}}}{2^{\frac{1}{6}}}$, obtemos o número

- a) 4.
- b) $\sqrt{2}$.
- c) 2.
- d) $\sqrt[3]{2}$.
- e) 1.

6. (G1 - ifce) Ao ordenar corretamente os números reais $X = 2\sqrt{5}$; $Y = 3\sqrt{2}$ e $Z = 5\sqrt{3}$, obtemos

- a) $X < Y < Z$.
- b) $Z < Y < X$.
- c) $Y < X < Z$.
- d) $X < Z < Y$.
- e) $Y < Z < X$.

7. (G1 - epcar (Cpcar)) Considere os números X e Y, expressos por:

$$X = \frac{(0,12) \cdot (4,125)}{(7,36) \cdot \left(\frac{11}{324}\right)} \text{ e } Y = \frac{1}{2 + \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2} - 4$$

Marque a alternativa verdadeira.

- a) X é um número racional não inteiro positivo.
- b) $X \cdot Y$ é um número inteiro e negativo.
- c) $X + Y$ é um número irracional.
- d) $\frac{X}{Y}$ é um número racional não inteiro e positivo.

8. (G1 - cp2) Um professor gosta de criar desafios para seus estudantes, com expressões envolvendo um só número. Em certa aula, apresentou o seguinte problema dos quatro "quattros":

$$x = \frac{4^4}{4\sqrt{4}}$$

O valor de x é

- a) 16.
- b) 128.
- c) $128\sqrt{2}$.
- d) $256\sqrt{2}$.

9. (Upe-ssa 3) Qual é o valor da expressão

$$\sqrt{\frac{4}{(2 - \sqrt{6})^2}} - \sqrt{\frac{4}{(2 + \sqrt{6})^2}}?$$

- a) 0
- b) 4
- c) $2\sqrt{6}$
- d) $4\sqrt{6}$
- e) $2 + 2\sqrt{6}$

10. (Upf) Considere as afirmações abaixo, onde a e b são números reais.

I. $\sqrt{a^2} = a$

II. $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$

III. $\sqrt{a^2 \times b^2} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b^2}$

IV. $\sqrt{\frac{a^2}{b^2}} = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{b^2}}, b \neq 0$

- a) Apenas III e IV são verdadeiras.
- b) Apenas IV é verdadeira.
- c) Apenas II é falsa.
- d) Apenas I, II e IV são verdadeiras.
- e) Todas são verdadeiras.

11. (G1 - epcar (Cpcar)) Considere $a = 11^{50}$, $b = 4^{100}$ e $c = 2^{150}$ e assinale a alternativa correta.

- a) $c < a < b$
- b) $c < b < a$
- c) $a < b < c$
- d) $a < c < b$

12. (Upe-ssa 3) Analise as sentenças a seguir:

I. Se $2^{3a} = 729$, o resultado de 2^{-a} é igual a $\frac{1}{3}$

II. O resultado da operação $(1,25 \cdot 10^{-4} - 1,16 \cdot 10^{-7})$ é igual a $1,19 \cdot 10^{-4}$

III. Se $x^2 = 25^{12}$; $y^6 = 25^{12}$; $w^7 = 25^{63}$. O valor da expressão $(x \cdot y \cdot w)^{12}$ é igual a 25^{168}

Com base nelas, é **CORRETO** afirmar que

- a) apenas I é falsa.
- b) apenas II é verdadeira.
- c) apenas I e II são verdadeiras.
- d) apenas I e III são verdadeiras.
- e) I, II e III são falsas.

13. (Unigranrio - Medicina) O valor de $2017^2 - 2016^2$, é

- a) 33
- b) 2.003
- c) 2.033
- d) 4.003
- e) 4.033

14. (Uem) Assinale o que for **correto**.

01) $2^{2016} - 2^{2015} = 2^{2015}$.

02) $\frac{2}{5} + \frac{5}{2} = 1$.

04) $\sqrt{25\%} = 5\%$.

08) $-\frac{3}{4} \left(2 - \frac{7}{2} \right) = \frac{9}{8}$.

16) $\sqrt{16} = \pm 4$.

15. (G1 - ifce) O número $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2^5}} \cdot \sqrt[3]{2}$ é igual a

- a) 0.
- b) $\sqrt{2}$.
- c) 1.
- d) $\sqrt{3}$.
- e) $1 + \sqrt{2}$.

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[A]

Tem-se que

$$\sqrt{\left(1-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(1-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(1-\frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1-\frac{1}{100}\right)} = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{98}{99} \cdot \frac{99}{100}} \\ = \sqrt{\frac{1}{100}} \\ = \frac{1}{10}.$$

Resposta da questão 2:
[B]

$$A = \frac{(2 \cdot 10^{-3}) \cdot 2^{\frac{1}{2}}}{10^{\frac{1}{4}}} = 2^{1-\frac{1}{2}} \cdot 10^{-3-\left(-\frac{1}{4}\right)} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot 10^{-\frac{11}{4}} = 2^{\frac{2}{4}} \cdot 10^{-\frac{12}{4}} \cdot 10^{\frac{1}{4}} \\ B = -\left(4\sqrt{\frac{(1 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 0,000005}{2}}\right) = -4\sqrt{\frac{16 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{2}} = -2 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{\frac{5}{2}} = -2 \cdot 10^{-3} \sqrt{\frac{40}{16}} = \\ = \frac{-2 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{40}}{2} = -10^{-3} \cdot \sqrt{40} = -A$$

Logo, $\frac{A}{B} = -1$.

Resposta da questão 3:
[A]

$$\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+2} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} = ?$$

Racionalizando o denominador de cada parcela, obtemos:

$$\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{6-5} = \sqrt{6}-\sqrt{5}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}+2} \cdot \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}-2} = \frac{\sqrt{5}-2}{5-4} = \sqrt{5}-2$$

$$\frac{1}{2-\sqrt{3}} \cdot \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} = 2+\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} \cdot \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1$$

Portanto,

$$\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+2} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{6}-\sqrt{5} + \sqrt{5}-2 + 2+\sqrt{3} + \sqrt{3}-\sqrt{2} + \sqrt{2}+1 \\ \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+2} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{6}+2\sqrt{3}+1$$

Resposta da questão 4:
[C]

$$\text{Massa de um vírus} = \frac{1}{3} \cdot 0,000005 \text{ g} = \frac{5}{3} \cdot 10^{-6} \text{ g}$$

Considerando a massa de 10.000 vírus, temos:

$$10^4 \cdot \frac{5}{3} \cdot 10^{-6} \text{ g} \approx 1,67 \cdot 10^{-2} \text{ g}$$

Resposta da questão 5:
[C]

$$\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2}}{2^{\frac{1}{6}}} = \frac{\left(2 \cdot 2^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(2 \cdot 2^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{1}{6}}} = \frac{2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{6}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{6}}}{2^{\frac{1}{6}}} = 2^{\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3}} = 2^1 = 2$$

$$10^4 = 10^{-3} \cdot \sqrt[4]{2^2 \cdot 10} = 10^{-3} \cdot \sqrt[4]{40}$$

Resposta da questão 6:
[C]

$$X = 2\sqrt{5} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = \sqrt{20}$$

$$Y = 3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{18}$$

$$Z = 5\sqrt{3} = \sqrt{5^2 \cdot 3} = \sqrt{75}$$

$$\sqrt{18} < \sqrt{20} < \sqrt{75} \Rightarrow Y < X < Z.$$

Resposta da questão 7:
[B]

Calculando, inicialmente, os valores de x e y, temos:

$$X = \frac{12}{99} \cdot \frac{4125}{1000} = \frac{4}{33} \cdot \frac{33}{8} = \frac{1}{2} = 2$$

$$Y = \frac{1}{2+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2} - 4 = \frac{2-\sqrt{2}}{(2+\sqrt{2}) \cdot (2-\sqrt{2})} + \frac{\sqrt{2}}{2} - 4 = 1-4 = -3$$

Portanto, $X \cdot Y = -6$ ($X \cdot Y$ é um número inteiro e negativo.)

Resposta da questão 8:
[C]

$$x = \frac{4^4}{\sqrt[4]{4}} = \frac{(2^2)^4}{\sqrt[4]{2^2}} = \frac{2^8}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 128 \cdot \sqrt{2}$$

Resposta da questão 9:
[B]

Desde que $\sqrt{\alpha^2} = \begin{cases} \alpha, & \text{se } \alpha \geq 0 \\ -\alpha, & \text{se } \alpha < 0 \end{cases}$, temos

$$\sqrt{\frac{4}{(2-\sqrt{6})^2}} - \sqrt{\frac{4}{(2+\sqrt{6})^2}} = \frac{2}{\sqrt{6}-2} - \frac{2}{\sqrt{6}+2}$$

$$= \sqrt{6} + 2 - (\sqrt{6} - 2)$$

$$= 4.$$

Resposta da questão 10:
[A]

[I] Falsa. Se $a = -4$, então $\sqrt{(-4)^2} = \sqrt{4^2} = 4$. Contradição.

[II] Falsa. Se $a = 1$ e $b = 2$, então $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$. Mas $1 + 2 = 3$.

[III] Verdadeira. De fato, seja $r \in \mathbb{R}$ tal que $r = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b^2}$. Logo, temos

$$r^2 = (\sqrt{a^2} \times \sqrt{b^2})^2$$

$$= (\sqrt{a^2})^2 \times (\sqrt{b^2})^2$$

$$= a^2 \times b^2.$$

Portanto, segue que $r = \sqrt{a^2 \times b^2}$.

[IV] Verdadeira. Com efeito, de acordo com raciocínio inteiramente análogo ao aplicado em [III].

Resposta da questão 11:
[A]

$$a = 11^{50}$$

$$b = 4^{100} = (4^2)^{50} = 16^{50}$$

$$c = 2^{150} = (2^3)^{50} = 8^{50}$$

$$8^{50} < 11^{50} 16^{50} \Rightarrow c < a < b$$

Resposta da questão 12:
[E]

[I] Falsa.

$$2^{3a} = 729 \Rightarrow \sqrt[3]{2^{3a}} = \sqrt[3]{729} \Rightarrow 2^a = 9 \Rightarrow 2^{-a} = \frac{1}{9}$$

[II] Falsa.

$$1,25 \cdot 10^{-4} - 1,16 \cdot 10^{-7} = 10^{-4} \cdot (1,25 - 1,16 \cdot 10^{-3}) \neq 1,19 \cdot 10^{-4}$$

[III] Falsa.

$$x^2 = 25^{12} \Rightarrow x = 25^6$$

$$y^6 = 25^{12} \Rightarrow y = 25^2$$

$$w^7 = 25^{63} \Rightarrow w = 25^9$$

Portanto,

$$(x \cdot y \cdot z)^{12} = (25^6 \cdot 25^2 \cdot 25^9)^{12} = (25^{17})^{12} = 25^{204}$$

Resposta da questão 13:
[E]

$$2017^2 - 2016^2 = 4068289 - 4064256 = 4033$$

Resposta da questão 14:
01 + 08 = 09.

[01] Verdadeira.

$$2^{2016} - 2^{2015} = 2^{2015} \cdot (2 - 1) = 2^{2015}.$$

[02] Falsa.

$$\frac{2}{5} + \frac{5}{2} = \frac{4 + 25}{10} = \frac{29}{10}.$$

[04] Falsa.

$$\sqrt{25\%} = \sqrt{\frac{25}{100}} = \frac{5}{10} = \frac{50}{100} = 50\%.$$

[08] Verdadeira.

$$-\frac{3}{4} \left(2 - \frac{7}{2} \right) = -\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{3}{2} \right) = \frac{9}{8}.$$

[16] Falsa. Pela definição $\sqrt{16} = +4$.

Resposta da questão 15:
[C]

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\sqrt[3]{2^5}}} \cdot \sqrt[3]{2} = \frac{\sqrt[6]{2^3}}{\sqrt[6]{2^5}} \cdot \sqrt[6]{2^2} = \frac{\sqrt[6]{2^5}}{\sqrt[6]{2^5}} = 1$$