

Aula 1 – Matemática Básica – Prof. João Capri

Múltiplos: Os múltiplos de um número natural x são todos aqueles cuja divisão por x seja exata.

Ex: Múltiplos de 3: $M(3) = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, \dots\}$

Múltiplos de 7: $M(7) = \{0, 7, 14, 21, 28, \dots\}$

Divisores: Os divisores de um número natural x são todos aqueles pelos quais x possa ser dividido (divisão exata).

Ex: Divisores de 12: $D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

Divisores de 7: $D(7) = \{1, 7\}$

Números primos

Conceito: um número natural p é chamado de primo se ele admitir exatamente dois divisores: ele mesmo e o número 1.

Exemplos:

1) 2 é primo, pois $D(2) = \{1, 2\}$

2) 3 é primo, pois $D(3) = \{1, 3\}$

3) 15 não é primo, pois $D(15) = \{1, 3, 5, 15\}$

4)

Número Composto

É todo natural maior do que 1 e que não é primo. Assim, todo número composto tem 3 ou mais divisores distintos.

Ex: 12 é composto, pois $D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$.

Teorema Fundamental da Aritmética

(fatoração única)

Todo natural $n > 1$ pode ser fatorado, de maneira única, através de potências onde as bases são números primos e os expoentes são números naturais não nulos.

Ex:

1) $18 = 2^1 \cdot 3^2$

2) $8 = 2^3$

3) $95550 = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 13^1$

4) $31 = 31^1$

Quantidade de divisores:

Exemplos

1) $40 = 2^3 \cdot 5^1$ tem $(3+1) \cdot (1+1) = 4 \cdot 2 = 8$ divisores.

2) $30870 = 2^1 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \cdot 7^3$ tem $(1+1) \cdot (2+1) \cdot (1+1) \cdot (3+1) = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 = 48$ divisores

Exercícios

1) (Ifce) A soma dos quadrados dos três menores números primos vale

a) 14.

b) 38.

c) 64.

d) 72.

e) 100.

2) Aline toma um comprimido de 4 em 4 horas e um xarope de 6 em 6 horas. Às 10 horas da manhã ele ingeriu os dois remédios. A que horas ela voltará a tomar os dois remédios juntos?

3) Calcule a quantidade de divisores dos números abaixo:

a) 72

b) 160

c) 105

d) 3900

4) As idades atuais dos meus três sobrinhos são números primos. O produto das três idades é 154. Qual a soma das suas idades?

5)(UFSC) Para Pitágoras e seus discípulos um número é *perfeito* se a soma dos divisores desse número, com exceção dele mesmo, é igual ao próprio número. Portanto, segundo o critério dos pitagóricos, o número 28 *não é perfeito*. Verdadeiro ou Falso?

6)(UFSC) Se a , b e c são números primos diferentes entre si, então $S = ab + ac + bc$ é sempre um número ímpar. Verdadeiro ou Falso?

7)(Cftmg) Se o número $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^x$ tem exatamente 24 divisores positivos, então esse número é

a) 180.

b) 270.

c) 360.

d) 420.

8) (UFSC) 125 é divisor de 15^{22} . Verdadeiro ou Falso?

9)(UFSC) Entre os números 1 e 1 000 000 (incluindo 1 e 1 000 000), existem 1 000 números naturais quadrados perfeitos. Verdadeiro ou Falso?

Aula 2 – Matemática Básica – Prof. João Capri

Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

O MMC entre dois números naturais a e b é o menor número que é múltiplo, simultaneamente, de a e de b .

Ex: Qual o MMC entre 6 e 8?

6, 8	2
3, 4	2
3, 2	2
3, 1	3
1, 1	MMC = 2.2.2.3 = 24

Máximo Divisor Comum (MDC)

O MDC entre dois números naturais a e b é o maior número que divide simultaneamente a e b .

EX: Qual o MDC entre 36 e 120?

36, 120	2
18, 60	2
9, 30	3
3, 10	
	MDC = 2.2.3 = 12

Teorema: O produto de dois números inteiros é igual ao produto entre o MDC e o MMC desses números.

$$a.b = \text{MDC}(a,b).\text{MMC}(a,b)$$

Ex: Os números 6 e 8 tem MDC = 2 e MMC = 24.

Logo,

$$6.8 = \text{MDC}(6,8).\text{MMC}(6,8)$$

$$6.8 = 2.24$$

Exercícios

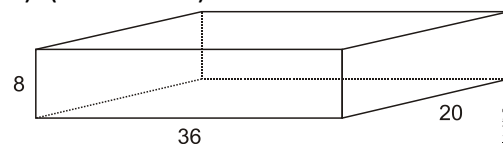
1) (UFSC) No ponto de ônibus da Praça X passa um ônibus para a Linha Vermelha de 15 em 15 minutos e um ônibus para a Linha Amarela de 25 em 25 minutos. Se os dois ônibus passaram juntos às 10 horas, na primeira vez em que voltarem a Passar juntos pelo ponto serão 10 horas e 40 minutos. Verdadeiro ou Falso?

2) (Ufsc) Um país lançou em 02/05/2000 os satélites artificiais A, B e C com as tarefas de fiscalizar o desmatamento em áreas de preservação, as nascentes dos rios e a pesca predatória no Oceano Atlântico. No dia 03/05/2000 podia-se observá-los alinhados, cada um em uma órbita circular diferente, tendo a Terra como centro. Se os satélites A, B e C levam, respectivamente, 6, 10 e 9 dias para darem uma volta completa em torno da Terra, então o número de dias para o próximo alinhamento é:

3) (Udesc) Maria recebeu alta do hospital, mas deverá continuar o tratamento em casa por mais 30 dias completos. Para isso, ela deverá tomar o remédio A a cada 4 horas, o B a cada 5 horas e o C a cada 6 horas. Em casa, Maria iniciou o tratamento tomando o remédio A, o B e o C no mesmo horário. Supondo que ela atendera rigorosamente às recomendações médicas quanto ao horário da ingestão dos medicamentos, então o número de vezes em que os três remédios foram ingeridos simultaneamente foi:

- a) 12 vezes
- b) 13 vezes
- c) 1 vez
- d) 6 vezes
- e) 7 vezes

4) (Mackenzie)



O número mínimo de cubos de mesmo volume e dimensões inteiras, que preencham completamente o paralelepípedo retângulo da figura, é

- a) 64
- b) 90
- c) 48
- d) 125
- e) 100

5) Encontre o MDC entre os números:

- a) 2520 e 2352
- b) 720, 1080 e 252

6) (Ufmg 2012) Ana herdou de seu bisavô três relógios de parede, que funcionam a corda. A corda de um deles dura 40 horas; a de outro, 32 horas; e a do terceiro, 42 horas. Cada um toca um pequeno sino quando sua corda acaba. Ana dá corda em cada um dos relógios, pela primeira vez, em 15 de julho, às 15 horas. A partir de então, cada vez que o sino de um relógio toca, imediatamente Ana dá corda nele. Com base na data e hora em que Ana dá a primeira corda nos relógios,

- a) Determine quantas horas depois os sinos dos três relógios vão tocar, simultaneamente, pela primeira vez.
- b) Determine o dia, o mês e a hora em que dois dos relógios vão tocar, simultaneamente, pela primeira vez.

7) (Fei) Em uma sala retangular de piso plano nas dimensões 8,80m por 7,60m deseja-se colocar ladrilhos quadrados iguais, sem necessidade de recortar nenhuma peça. A medida máxima do lado de cada ladrilho é:

- a) 10 cm b) 20 cm c) 30 cm d) 40 cm e) 50 cm

8) (Uerj) Dois sinais luminosos fecham juntos num determinado instante. Um deles permanece 10 segundos fechado e 40 segundos aberto, enquanto o outro permanece 10 segundos fechado e 30 segundos aberto.

O número mínimo de segundos necessários, a partir daquele instante, para que os dois sinais voltem a fechar juntos outra vez é de:

- a) 150 b) 160 c) 190 d) 200

9) (Cesgranrio) Se o mínimo múltiplo comum entre os números 6 e k é maior do que 31 e menor do que 41, então o número k é:

- a) 40. b) 36. c) 34. d) 33.
- e) 32.

10) Se $\text{MDC}(x, 60) = 12$ e $\text{MMC}(x, 60) = 240$, então x vale: