

유체역학

🔗 링크

<https://youtu.be/AWtKDDE4Bbw?si=PIVqCuGhq1Tpv8B9>



Summary

유체역학: 질량 보존 + 운동량 보존 + 에너지 보존 + (압력, 점성, 외력 등)

유체: 아주 작은 전단력에도 계속 변형되는 물질

압력 차이 → 유체 가속 → 속도 변화 → 점성이 흐름을 완화 (질량 보존, 에너지 보존 항상 지켜짐)

유체역학

1. Fluid Statics (유체가 정지해있을 때)

속도가 0인 유체의 역학 (아래의 Navier-Stokes에서 $v = 0$ 일 때)

시간 변화 X , 대류 X , 점성항 X

운동량 보존의 정지 특수형

2. Fluid Dynamics (유체가 움직일 때)

3개의 보존 법칙을 integral, differential form 중 무엇으로 표현하느냐에 따라 1, 2 나뉨

1. Integral Control Volume Analysis (시스템/제어체적 관점)

a. 제어체적 내부 질량의 시간변화 + 경계를 통해 빠져나가는 질량유량 = 0

b. 외력 = 제어체적 내부 운동량 변화 + 경계를 통해 나가는 운동량 유출

c. 제어체적 내부 에너지 변화 = 열, 일, 유입/유출 에너지에 의해 결정

2. Differential Analysis (한 점에서의 미분 방정식 관점)

a. Navier-Stokes

i. 움직이는 유체 한 덩어리에 대한 뉴턴의 운동법칙 $F = ma$

b. 점성 무시 → Euler Equation

c. Euler를 유선 따라 적분 → Bernoulli

d. 관성 무시 → Stokes flow

e. 벽 근처 고 Re 근사 → 경계층 방정식

f. curl 취함 → 와도 방정식

g. div 취함 → 압력 포아송 방정식

h. 에너지까지 포함 → 열유체 방정식

i. 밀도 변화 포함 → 압축성 Navier-Stokes

3. Reynolds Transport Theorem (시스템에 대한 보존 법칙을 Control Volume에 대한 식으로 바꿔주는 식)

공간이 열려있는지, 닫혀있는지에 따라서 internal flow, external flow로 나눠서 볼 수 있음

1. Internal Flow (모든 방향에서 고체 경계에 의해 제한된 유동; 파이프, 덕트, 채널 등)

| 에너지를 얼마나 잃는가

- 유동 전체가 벽 영향 받음
- 경계층이 결국 전체를 채움 → fully developed flow 존재
- 압력 손실(마찰)이 핵심 문제
- 해석 대상: 유량, 압력 강하, 에너지 손실

2. External Flow (열린 공간 내에서 유체가 물체 주변을 흐르는 유동; 비행기, 차, 야구공 등)

| 힘이 어떻게 생기는가

- 벽 영향은 "경계층 근처만"
- 나머지는 자유유동 (free stream)
- separation, wake, vortex 발생
- 해석 대상: drag, lift, 유동 구조



태호의 배움 및 후기

1. 유체역학을 처음 공부했는데 고체와 다른 유체의 특징에 대해 알게 되면서 흥미로웠다.
2. 유체가 멈춰있을 때 ↔ 움직일 때, 유체의 입자에 집중할 때 ↔ 시스템에 집중할 때, 공간 안에 있을 때 ↔ 열린 공간에 있을 때 이렇게 크게 3가지 관점에 대해 배웠다.
3. 기본적인 물리 법칙 (질량 보존, 운동량 보존, 에너지 보존)은 모두 동일하게 적용되지만 유체만의 특성인 점성, 관성, 압축, 대류 등 다양한 현상에 따라 분석하고 이론화하는 것이 재밌었다. 제일 단순화된 구조로부터 하나씩 추가되어졌다.
4. 일반적인 물체는 외력에만 영향을 받는 반면 유체는 유체 스스로의 움직임의 영향을 받아 움직임을 예측하기 매우 어렵다. 대표적인 예시로 R_e , C_D , C_L 등의 값들은 이론적으로 정해진 값들이 아닌 실험적으로 정해지며 수식들도 다 근사식들이지 실제 물리학적으로 계산된 수식이 아니다.
5. Kiro에서 유체역학은 크게 종이 흡착과 종이 분리 2가지에 쓰일 수 있다. 흡착할 때 1장만 흡착됨이 정확히 보장된다면 종이 분리는 필요없지만 종이가 다공성 물질이기에 여러장 흡착되기 쉽다. 이 때 에어블로우로 종이를 분리해야 한다. 종이 분리는 단순히 힘의 문제가 아니라 압력장과 유동의 분포를 설계하는 문제라는 걸 이해하게 됐다. 특히 종이 사이의 얇은 간극에서는 점성이 지배적이라, 공기를 넣으려면 먼저 edge에서 미세한 틈을 만들어야 한다는 점이 핵심이다. 또한 석션은 압력차를 크게 만드는 것이 아니라, 그 작용 범위를 위한 장에 국소화하는 것이 더 중요하다는 것을 알게 되었다. 여기에 에어블로우를 이용해 층간 압력을 국소적으로 높이면 접촉이 깨지며 자연스럽게 분리가 유도된다. 결국 Kiro 설계는 힘을 키우는 방향이 아니라, 압력과 유동을 비대칭적으로 만들어 한 장만 다른 상태로 만드는 방향으로 가야 한다.

Eulerian: velocity of a fluid particle passing through point (x, y, z) at time t

Langrangian: follow the fluid particles

Timeline: marking of adjacent fluid particles at a given instant

Pathline: path traced out by a moving fluid particle

Streakline: follows path of all particles passing through a point

Streamline: lines drawn in the flow field that are tangent to the direction of flow at every point

Normal Stress (접한 면에 수직으로 가해지는 힘)

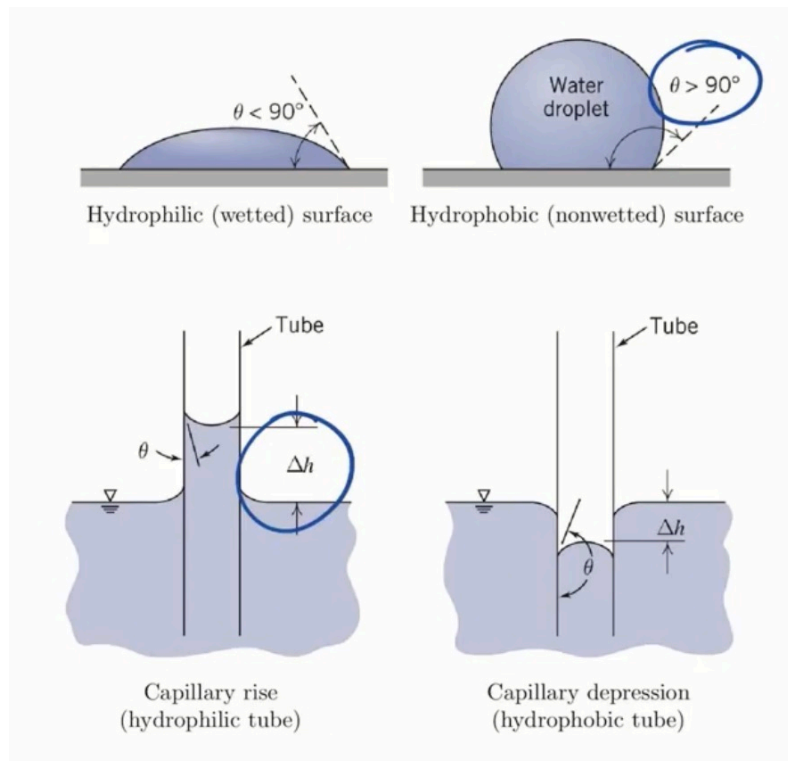
$$\sigma_n = \lim_{\delta A_n \rightarrow 0} \frac{\delta F_n}{\delta A_n}$$

Shear Stress (접한 면 방향으로 가해지는 힘)

$$\tau_n = \lim_{\delta A_n \rightarrow 0} \frac{\delta F_t}{\delta A_n}$$

Newtonian fluid: a fluid where the shear stress is proportional to the rate of deformation

$$\tau_{yx} = \mu \frac{du}{dy}$$



Fluid Statics

$$dF = dF_S + dF_B = (-\nabla p + \rho g) dx dy dz$$

$$-\nabla p + \rho g = 0$$

net pressure force per unit volume at a point + body force per unit volume at a point = 0

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

incompressible (= liquids): no density variation

compressible (= gases): density variation

2.3 - Hydrostatic force on submerged surfaces

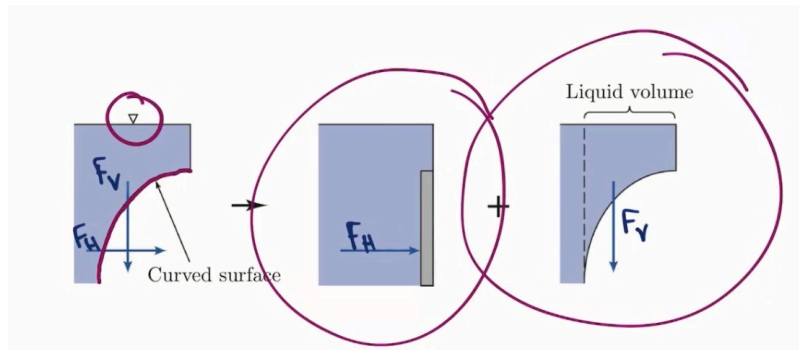
$F_R = \rho \int y dA$ (incompressible)
 Pressure: $p = p_0 + \rho g h$ ($p_0 =$ surface pressure @ $h = 0$)
 Geometry: $h = y \sin \theta$
 $F_R = \int_A p dA = \int_A (p_0 + \rho g h) dA = \int_A (p_0 + \rho g y \sin \theta) dA$
 $= p_0 \int_A dA + \rho g \sin \theta \int_A y dA$
 $= p_0 A + \rho g \sin \theta \int_A y dA$
 (first moment of the surface area about the x-axis)
 $\int_A y dA = y_c A$
 (where y_c is the y-coordinate of the centroid of the area A)
 $F_R = p_0 A + \rho g \sin \theta y_c A = (p_0 + \rho g h_c) A$
 $F_R = p_c A$ Pressure at the centroid
 (2nd Method) (Incompressible)

어디에 어떤 힘으로 누르는가?

→ 복잡한 힘 → 평균 압력 x 면적 단순화

→ 무게중심보다 살짝 더 아래에 힘이 가해짐 (아래로 내려갈수록 힘이 더 세지기 때문). 얼마나 아래냐 하면 xy-plate의 관성모멘트랑 비례. (힘 평형 & 모멘트 평형 둘다 맞춰져야 하기 때문)

보다 복잡한 **curved** submerged surfaces에서라면?



다양한 형태의 surface에 대해 가해지는 힘 모두 다 계산 가능! example 3개 있다. 나중에 직접 계산할 일 생기면 예시 보고 다시 해보자.

buoyancy force equal to weight of displaced fluid = Archimedes principle

Integral Control Volume Analysis

System approach: study the motion of an individual fluid particle or group of particles as they move through space

Control volume approach: study a region of space as fluid flows through it

$$\frac{dM}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho dV + \int_{CS} \rho V dA = 0$$

CV: Control Volume

CS: Control Surface

1st term: rate of change of mass in the control volume

2nd term: rate at which mass is exiting the surface of the control surface

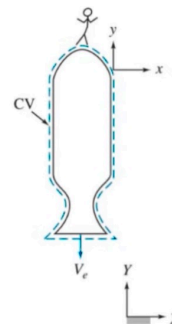
$$F = \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} V \rho dV + \int_{CS} V \rho V dA$$

1st term: rate of change of linear momentum within CV

2nd term: amount of momentum exiting the CV

Example 3.3: Rocket launched vertically

Neglecting air resistance, what speed would a vertically directed rocket attain after it burns for 5 s if it starts from rest, has initial mass of 350 kg, burns 10 kg/s, and ejects gas at atmospheric pressure with a speed of 2500 m/s relative to the rocket? Plot the rocket speed as a function of time for the first minute of flight if it consumes all of its fuel after 5 s.



$$m \frac{dv}{dt} = \dot{m} v_e - mg$$

(로켓 방정식)

Incompressible Inviscid Flow

Navier-Stokes Equations

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{f}$$

- $\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}$: 이 자리에서 시간이 지나며 유속이 변해서 생기는 가속
- $\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}$: 유체가 이동하며 다른 유속장을 만나 생기는 가속
- ∇p : 압력차가 미는 힘
- $\mu \nabla^2 \mathbf{v}$: 속도 차이를 퍼서 매끈하게 만들려는 점성 확산
- \mathbf{f} : 중력 같은 외부 장이 유체 전체를 끄는 힘

유체는 압력과 외력에 의해 움직이고,
점성은 그 움직임을 퍼뜨리고 다듬고,
대류는 흐름이 자기 자신을 더 복잡하게 만든다.

Navier-Stokes를 물리 영화처럼 보면:

1. 어떤 곳에 압력차가 생긴다
2. 그 압력차가 유체를 민다
3. 유체가 움직이기 시작한다
4. 움직인 유체는 다른 속도 구역으로 들어가며 스스로 더 가속되거나 방향을 바꾼다
5. 점성이 속도 차이를 퍼뜨리며 벽 근처에서 큰 영향을 준다
6. 외력(중력 등)이 전체 흐름을 휘게 한다
7. 조건에 따라 층류가 되기도 하고, 소용돌이가 생겨 난류가 되기도 한다

압력은 밀고, 관성은 이어가고, 점성은 다듬고, 외력은 기울이고, 대류는 흐름을 복잡하게 만든다.

1. streamline direction

- streamline을 따라 가면서 압력이 세진다면 속도가 느려진다는 뜻

2. normal direction

- straight streamline → no pressure variation normal to straight streamlines
- curve가 강할수록 압력이 세짐

Euler Equation

점성이 무시될 만큼 작으면

$$\mu \nabla^2 \mathbf{v} \approx 0$$

→

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \mathbf{f}$$

이게 Euler 방정식입니다.

물리적 의미

- 마찰 없는 이상유체
- 내부 마찰 없이 압력과 관성만으로 흐름 결정

언제 잘 맞나?

- 고레이놀즈수에서 큰 스케일 바깥 유동
- 경계층 바깥
- 대략적인 외부 흐름 해석

Bernoulli's Equation

$$\frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = constant$$

flow energy, kinetic, potential

Restrictions

1. Steady flow
2. Incompressible flow
3. Frictionless flow
4. Flow along a streamline

4.4 - Static, stagnation, and dynamic pressures

Static pressure: the pressure experienced by a fluid particle as it moves.
Stagnation pressure: the pressure obtained when a flowing fluid is decelerated to zero.
Dynamic pressure: pressure due to the flow velocity. The difference between the stagnation and static pressure.

Pitot tube:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} = \text{constant}$$

Stagnation pressure: $\frac{p_0}{\rho} + \frac{V_0^2}{2} = \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2}$

Static pressure: p

Dynamic pressure: $p_0 - p = \frac{1}{2}\rho V^2$

Velocity: $V = \sqrt{\frac{2(p_0 - p)}{\rho}}$

유체 속도: 압력 측정하여 역으로 계산하여 구하기

4.5 - Energy Grade Line and Hydraulic Grade Line

divide by g : $\frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z = \text{constant}$ → total head

$\frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z = H$ (height of column stagnation pressure) (pitot)

EGL = $\frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z$

HGL = $\frac{p}{\rho g} + z$ (height for static pressure)

$EGL - HGL = \frac{V^2}{2g}$

constant when frictionless

static pressure만 측정하게 되면 아래 유체의 속도로 인해 압력이 감소하게 되고 그만큼 에너지 감소가 보이게 된다.

Dimensional Analysis and Similitude

- Reynolds number (Re) = 유체 흐름에서 관성력 / 점성력의 비율
- 식: $Re = \frac{\rho V L}{\mu}$
- $Re \ll 1 \rightarrow$ 점성 지배 (천천히 흐르고 매끄러운 흐름)
- $Re \gg 1 \rightarrow$ 관성 지배 (난류 발생 가능)
- 즉 유체 흐름의 성격(층류 vs 난류)을 결정하는 무차원 수
- L (Length scale) = 그 문제에서 유동을 특징짓는 대표적인 공간 크기

Buckingham Pi Theorem

물리 법칙에서 단위 자유도를 제거하면 남는 것은 무차원 비율들뿐이다.

- 어떤 현상이 n개의 물리 변수로 표현되고
- 그 변수들이 k개의 기본 차원(M, L, T 등)을 가지면
- 독립적인 무차원 변수는 n - k 개로 줄어든다.

무차원수	비교하는 힘
Re	관성 / 점성
Eu	압력 / 관성
Cavitation	압력 / 증기압
Fr	관성 / 중력
We	관성 / 표면장력
Mach	유속 / 음속

Flow Similarity

서로 다른 크기의 시스템이라도, 무차원수들이 같으면 유동 패턴은 동일하다.

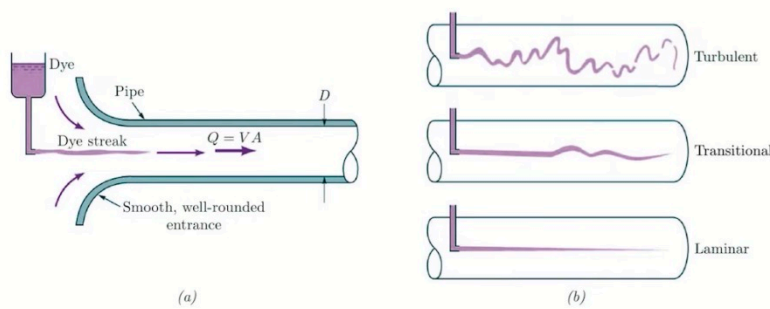
1. Geometric Similarity: 모양 동일
2. Kinematic Similarity: 유동의 속도 패턴 동일
3. Dynamic Similarity: 힘의 비율 동일

무차원수들이 동일해야 하기 때문에 길이 차이를 100배 축소했을 때, 유체 속도는 1000배 줄어야 동일해질 수 있다. 모든 것을 다 동일한 비율로 축소하는 것이 아니라 일정한 무차원수를 유

지하며 스케일을 줄이는 것이 핵심

Internal Incompressible Viscous Flow

internal → completely bounded (pipes / ducts)



Laminar Flow

$$u = \frac{a^2}{2\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \left[\left(\frac{y}{a} \right)^2 - \left(\frac{y}{a} \right) \right]$$

Shear stress distribution $\tau_{yx} = \mu \frac{du}{dy}$
 $\tau_{yx} = \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) y + c_1 = \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) y - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) a = a \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \left[\frac{y}{a} - \frac{1}{2} \right]$

Volume flow rate $Q = \int_S \vec{V} \cdot d\vec{A}$
 $Q = \int_0^a u \, dy$ or $Q = \int_0^a \frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) (y^2 - ay) \, dy$
 $Q = \frac{1}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) a^3$

Flow rate as a function of pressure drop
 $\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{p_2 - p_1}{L} = \frac{-\Delta p}{L}$
 $\frac{Q}{l} = \frac{1}{12\mu} \left[\frac{-\Delta p}{L} \right] a^3 = \frac{a^3 \Delta p}{12\mu L}$

Average velocity $\bar{V} = \frac{Q}{A} = \frac{1}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \frac{a^3}{a} \left[\frac{1}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) a^2 \right]$
 Point of maximum velocity $\frac{du}{dy} = 0$ at $y = \frac{a}{2}$
 $u = u_{max} = \frac{1}{8\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) a^2 = \frac{3}{2} \bar{V}$

Transformation of coordinates $u = \frac{a^2}{2\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \left[\left(\frac{y'}{a} \right)^2 - \frac{1}{4} \right]$
 BC's: $u = 0$ at $y' = \pm \frac{a}{2}$
 $y = y' + \frac{a}{2}$
 → only laminar!! $(Re < 1400)$

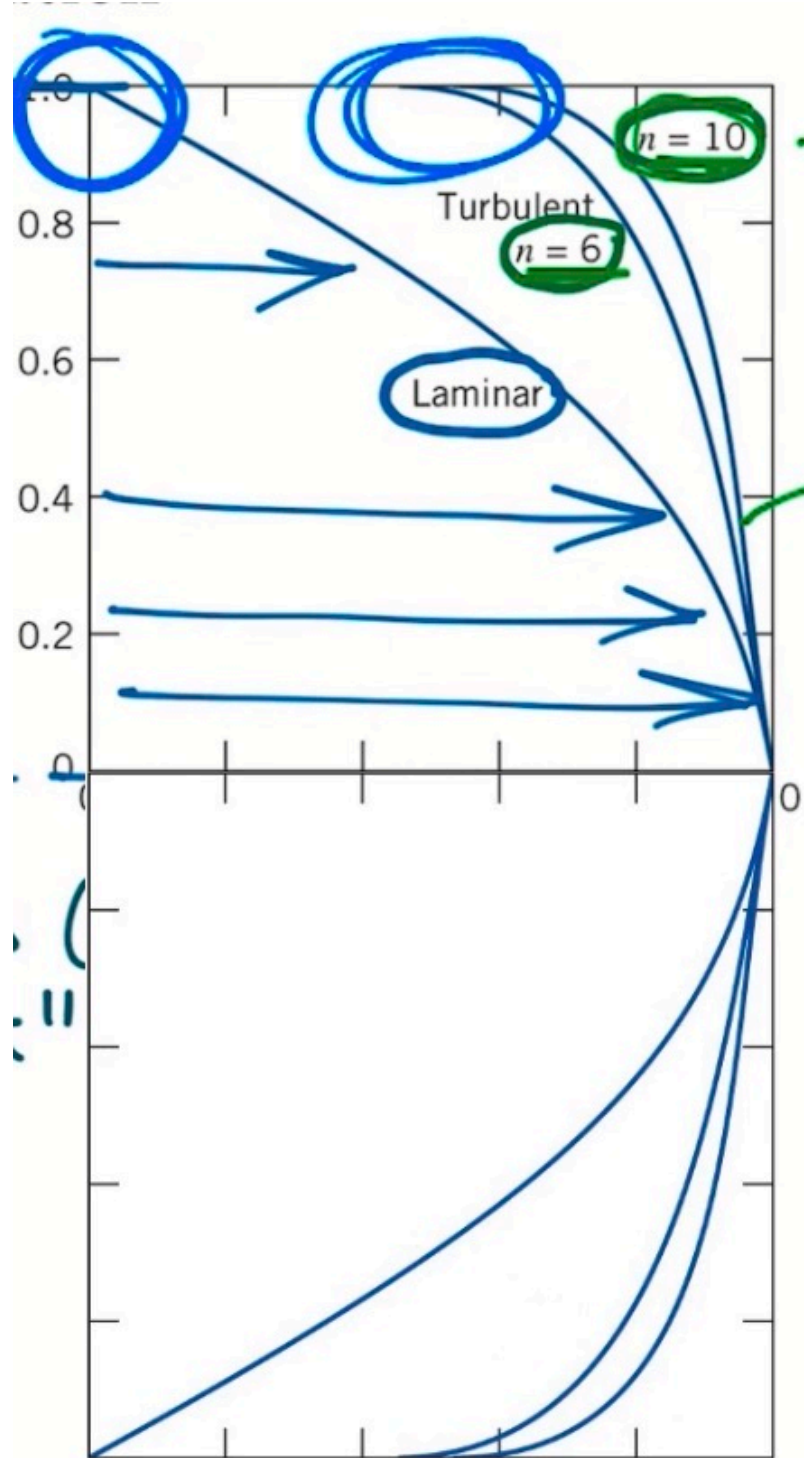
얇고 넓은 판 2개 사이에서와 파이프 안에서의 velocity profile 계산

Flow in pipes and ducts

major loss: friction, minor loss: pipe fittings

벽에서 shear stress는 벽과의 거리와 비례해서 감소함

전단응력 = 층류 전단응력 + 난류 전단응력



이런 형태로 Re가 커지면 커질수록 그에 따라 n이 커지면서 더 평평해짐. 난류로 인해 유체가 더 많이 섞이면서 속도가 고르게 퍼짐. (이 그림은 정확히 모델링되지는 않고 근사화)

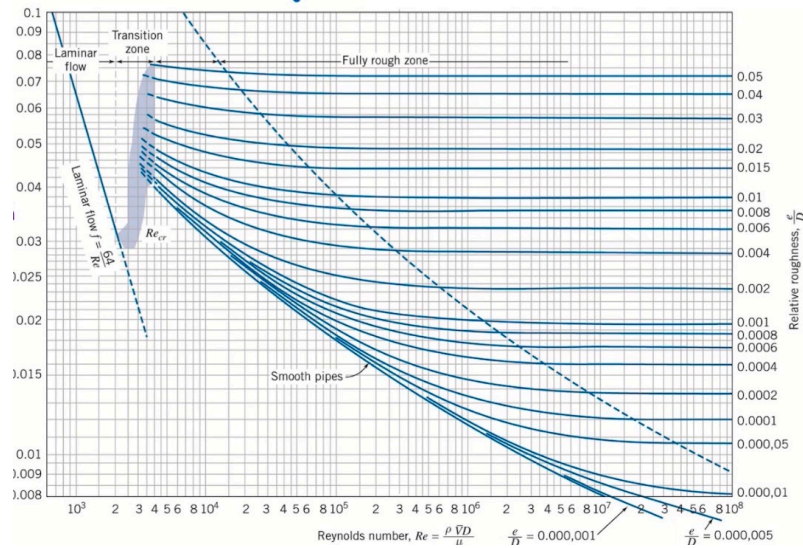
major loss: 유체가 흐르면서 마찰이나 난류 때문에 잃는 에너지

$$h_L = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \text{ (Darcy-Weisbach)}$$

파이프에서 작용하는 마찰력 = 면적 \times 전단응력 $\alpha \rho V^2 (\pi DL)$

이 마찰력만큼 압력 손실이 발생하므로 head loss로 변환하면 위 식처럼 표현 가능

함수 f는 아래 이미지처럼 실험적으로






Moody Graph (왼쪽 y축 friction factor)

1. 파이프 마찰은 Reynolds number와 표면 거칠기로 결정된다.
2. 층류 영역에서는 거칠기 영향이 없다.
3. 난류에서는 거칠기가 중요해진다.
4. smooth pipe 영역: 난류지만 거칠기가 작으면 곡선이 아래쪽으로 모인다. 즉 마찰이 Reynolds number에만 의존.
5. fully rough 영역: 아주 큰 Reynolds number에서는 마찰이 오직 파이프 거칠기로만 결정된다.

minor loss: 관 연결부 / 입구 등에 따라 생기는 손실 에너지


pipe 입구 생김새에 따라 minor loss coefficient 달라짐.

Entrance Type		Minor Loss Coefficient, K^a								
Reentrant		0.78								
Square-edged		0.5								
Rounded		<table border="1"> <tr> <td>r/D</td> <td>0.02</td> <td>0.06</td> <td>≥ 0.15</td> </tr> <tr> <td>K</td> <td>0.28</td> <td>0.15</td> <td>0.04</td> </tr> </table>	r/D	0.02	0.06	≥ 0.15	K	0.28	0.15	0.04
r/D	0.02	0.06	≥ 0.15							
K	0.28	0.15	0.04							

^aBased on $h_{L_c} = K(\bar{V}^2/2)$, where \bar{V} is the mean velocity in the pipe.

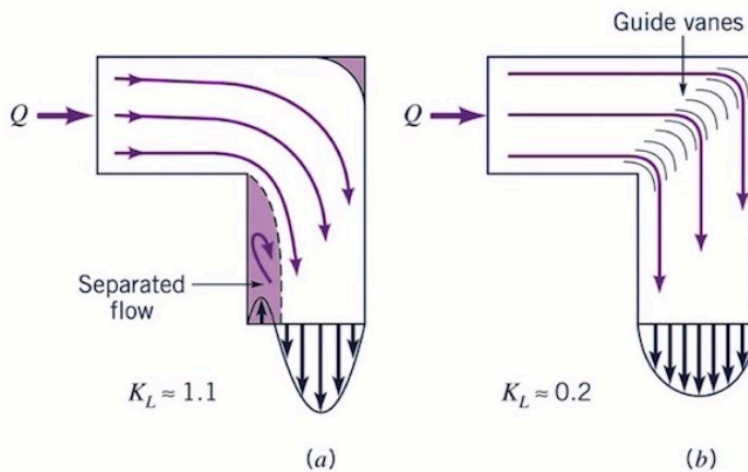
입구가 둥글면 에너지 손해가 적다!

Loss Coefficients (K) for Gradual Contractions: Round and Rectangular Ducts

	Included Angle, θ , Degrees							
	A_2/A_1	10	15-40	50-60	90	120	150	180
0.50	0.05	0.05	0.06	0.12	0.18	0.24	0.26	
0.25	0.05	0.04	0.07	0.17	0.27	0.35	0.41	
0.10	0.05	0.05	0.08	0.19	0.29	0.37	0.43	

Note: Coefficients are based on $h_{L_c} = K(\bar{V}_2^2/2)$.

입구가 줄어들 때 부드럽게 줄어들면 에너지 손해가 적다!



Guide를 두면 백플로우가 안 생겨서 에너지 손해가 적다!

Pump, Fan, Blower

유체의 압력, 속도, 높이 에너지 증가

Flow Meter (orifice, nozzle, venturi)

관 안을 흐르는 유체의 유량 직접 측정은 어려워서 좁은 구간을 만들어 압력차를 발생시키고 그 것으로 유량 역산

질량 보존과 베르누이를 통해 아래 식 구할 수 있음

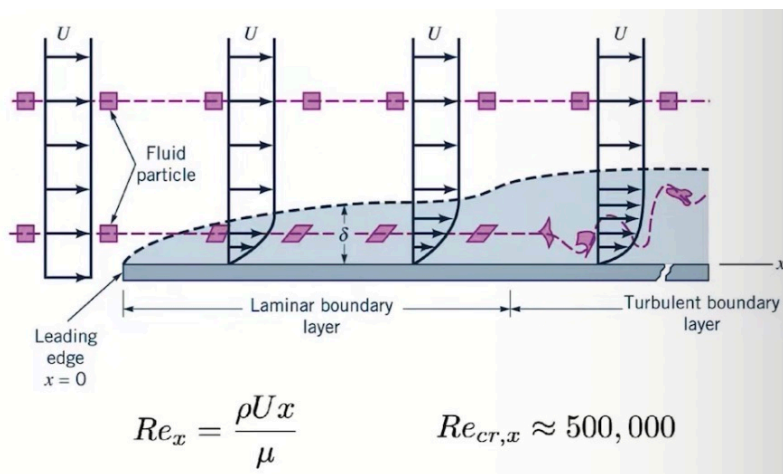
오리피스, 노즐, 벤투리 방식마다 현실 보정 계수 따로 존재

$$Q = C \cdot A \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho(1 - \beta^4)}}$$

External Incompressible Viscous Flow

internal은 관 안을 흐르는 유체를 봤다면 external에서는 야구공, 비행기 등처럼 물체의 주변을 흐르는 유체를 다룬다.

Boundary Layers



lamniar에서 turbulent로

저 색칠해져있는 부분이 shear stress를 받아 속도가 줄어드는 부분이자 boundary layer임
속도가 유체 속도의 99%가 되는 지점까지가 boundary layer의 기준

- Displacement thickness (δ^*)
→ 경계층 때문에 "유량이 줄어든 것처럼 보이는" 등가 두께
- Momentum thickness (θ)
→ 경계층 때문에 "운동량이 얼마나 손실됐는지" 나타내는 두께

- Disturbance (\approx boundary layer thickness, δ)
 - 자유유동이 영향을 받아 속도가 변하는 영역의 실제 두께

separation point: 벽 근처 유체가 더 이상 앞으로 못 가고 멈추는 지점

압력이 더 커지는 (adverse pressure gradient일 때) 상태일 때 boundary layer에 있는 유체가 앞으로 나가지 못하고 떨어진다. = Flow Separation

난류가 separation에 더 강하다. 점성이 더 크고 벽까지 에너지 전달이 잘 되기 때문. 그 대신 마찰이 더 커서 에너지 손실이 더 크다.

Drag

유체 속에서 물체의 "운동 방향을 방해하는 힘"

$$F_D = \frac{1}{2} \rho V^2 C_D A$$

C_D : Drag Coefficient (속도, 밀도, 면적 효과를 제거하고 순수하게 형상과 흐름만 남긴 값. 크면 공기저항 크므로 비효율적. 작으면 공기저항 작으므로 효율적인 구조)

V^2 가 비례하는 이유: 더 빠르게, 더 강하게 유체가 부딪히기 때문

Drag Coefficient Data for Selected Objects ($Re \geq 10^3$)

Object	Diagram	$C_D(Re \geq 10^3)$
Square prism		$b/h = \infty$: 2.05 $b/h = 1$: 1.05
Disk		1.17
Ring		1.20 ^a
Hemisphere (open end facing flow)		1.42
Hemisphere (open end facing downstream)		0.38
C-section (open side facing flow)		2.30
C-section (open side facing downstream)		1.20

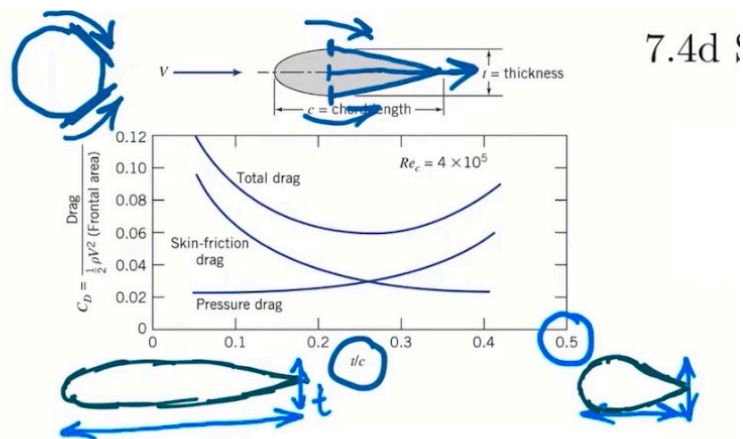
^aBased on ring area.

Sphere

심플한 형태인 완벽한 구에 대해 Drag Coefficient와 Separation Point를 생각해보자.

- laminar면 90도에서 separation 발생
- turbulent면 더 늦게 separation 발생
- Re가 작으면 끝까지 separate되지 않는 creeping flow
- Re가 크면 boundary layer가 laminar에서 turbulent로 전이되고 drag가 감소하고 wake가 작아짐

Streamlining



길면 표면 마찰로 인한 drag가 커지고 너무 작으면 급격한 전방 표면의 각도로 압력 drag가 커진다. 적절한 t/c 는 0.25 근방.

Lift

유체 흐름에 의해 "운동 방향에 수직으로 생기는 힘"

C_D 줄이고 C_L 늘리기가 엔지니어링의 목적

AR (Aspect Ratio) = 날개 길이 / 폭

AR이 길면 길수록 날개 끝에서 발생하는 와류로 인한 에너지 손실의 비율이 감소하여 C_L / C_D 가 증가하는데 이걸 무한히 길게 할 수 없어 winglet을 통해 이 문제를 해결함